



update

Mathematik-Lehrmittel
für die 1./2. Klasse

logisch ^{1/2}

logisch update

Das *logisch update* hat zum Ziel, die Arbeit mit dem Lehrmittel logisch während einer Übergangszeit zu erleichtern, bis ein Lehrmittel vorliegt, das auf den Lehrplan 21 abgestimmt ist.

Das *logisch update* ist nur für diesen Übergang vorgesehen. Es ist keine vollständige Anpassung des Lehrmittels an den neuen Lehrplan.

Inhaltsverzeichnis

Teil I: Allgemeine Hinweise	4
1.0 Der neue «Lehrplan Volksschule»	4
1.1 Die drei Handlungsaspekte im Überblick	5
2.0 Allgemeine Hinweise zur Arbeit mit dem Lehrmittel logisch in der Übergangsphase zum neuen «Lehrplan Volksschule»	6
2.1 Hinweis zum Operieren und Benennen	6
2.2 Hinweise zum Erforschen und Argumentieren	6
2.3 Hinweise zum Darstellen und Mathematisieren	7
Teil II: Hinweise zur Arbeit mit dem Lehrmittel logisch in den Klassen 1 und 2	8
1.0 Allgemeine Hinweise: Integrierte Förderung von inhaltsbezogenen Fertigkeiten und Kompetenzen aus den Aspekten Erforschen, Darstellen, Argumentieren	8
1.1 Ein Beispiel für ein «reichhaltiges» Aufgabenformat: Rechenquadrate mit Ohren	9
1.2 Erfahrungen und Beispiele zu den Rechenquadraten im Unterricht aus dem Kanton St.Gallen	13
2.0 Hinweise zur Anreicherung von Aufgaben im Lehrmittel logisch 1 und 2	16
2.1 Entdeckerpäckchen	16
2.2 Zahlzerlegungen	19
2.3 Zahlenmauern	20
2.4 Zahlenfolgen	23
2.5 Zahlen bilden mit Ziffernkärtchen und Plättchen in der Stellenwerttafel	24
2.6 Spiegelzahlen/Umkehrzahlen	25

Teil I: Allgemeine Hinweise

1. Der neue «Lehrplan Volksschule»

Mit dem Schuljahr 2017/18 tritt im Kanton St.Gallen ein neuer «Lehrplan Volksschule» in Kraft. Die zu erreichenden Lernziele in den einzelnen Fächern werden darin in Form von Kompetenzen formuliert, die die Schülerinnen und Schüler über die verschiedenen Zyklen hinweg in ihrer Schullaufbahn erwerben sollen. Im Fach Mathematik beziehen sich die Kompetenzen dabei einerseits auf verschiedene Inhalte bzw. Kompetenzbereiche (Mit was sollen sich die Schülerinnen und Schüler auseinandersetzen?) und andererseits auf Tätigkeiten bzw. Handlungsaspekte (Wie sollen sich die Schülerinnen und Schüler mit einem Inhalt auseinandersetzen?).

Die folgende Matrix gibt einen Überblick über die Kompetenzbereiche und Handlungsaspekte des Lehrplans. Für jedes der so entstehenden neun Felder beschreibt der Lehrplan zwei bis vier Kompetenzen. Dadurch werden die fachlichen Inhalte mit mathematischen Tätigkeiten verknüpft.

		Kompetenz		
		Zahl und Variable	Form und Raum	Grössen, Funktionen, Daten und Zufall
Handlungsaspekte	Operieren und Benennen			
	Erforschen und Argumentieren			
	Mathematisieren und Darstellen			

Die neuen Kompetenzbereiche Zahl und Variable, Form und Raum, Grössen, Funktionen, Daten und Zufall decken sich weitgehend mit der inhaltlichen Gliederung in Arithmetik/Algebra, Geometrie und Funktionen/Relationen im bisherigen Lehrplan. Eine der Veränderungen: Der Bereich Grössen ist aus dem Teilbereich Arithmetik/Algebra in den Kompetenzbereich Grössen, Funktionen, Daten und Zufall gewandert.

Im bisherigen «Bildungs- und Lehrplan Volksschule» wurden inhaltsbezogene Lernziele zu den Teilbereichen in Form von zu erwerbenden Fertigkeiten und Erkenntnissen/Vorstellungen formuliert. Diese finden sich in der Struktur des neuen Lehrplans vor allem im Handlungsaspekt Operieren und Benennen wieder. Daneben gab es schon im bisherigen Lehrplan die beiden prozessbezogenen Lernbereiche Problemlösen und Mathematisieren. Diese beiden Lernbereiche sind im neuen «Lehrplan Volksschule» ausgebaut worden und in den Handlungsaspekten Erforschen und Argumentieren und Mathematisieren und Darstellen aufgegangen. Durch die Anbindung an die Kompetenzbereiche erhalten sie im neuen Lehrplan einen grösseren Stellenwert. Die Sicherung der Grundfertigkeiten (z.B. Rechenfertigkeiten) ist im Handlungsaspekt Operieren und Benennen zu finden und spielt weiterhin eine wichtige Rolle.

1.1 Die drei Handlungsaspekte im Überblick

Operieren und Benennen: Das bedeutet mit Zahlen, mit Grössen und mit geometrischen Objekten richtig umgehen können (z.B. Einspluseins, Einmaleins, Brüche kürzen, Spiegeln, Drehen, Grössen ineinander umwandeln, ...).

Erforschen und Argumentieren: Hier geht es um die kreative Seite der Mathematik und darum, Muster, Regelmässigkeiten oder Zusammenhänge zu entdecken, zu beschreiben und allenfalls zu begründen.

Mathematisieren und Darstellen: Mathematisieren bedeutet, Situationen aus der Umwelt durch die «mathematische Brille» zu betrachten. Beim Darstellen geht es darum, Skizzen und Grafiken zu erstellen, aber auch um das Darstellen von eigenen Lösungswegen.

Die drei Handlungsaspekte sind in der Regel in Aufgaben und auch beim Kompetenzerwerb ineinander verwoben und kommen kaum in «Reinform» vor.

2. **Allgemeine Hinweise zur Arbeit mit dem Lehrmittel logisch in der Übergangsphase zum neuen «Lehrplan Volksschule»**

Die Handlungsaspekte im Lehrmittel logisch: Ein Grossteil der Aufgaben im Lehrmittel logisch zielt auf den Handlungsaspekt Operieren und Benennen ab. Hier werden beinahe alle Kompetenzen des neuen Lehrplans abgebildet. Da logisch auf der Grundlage des bisherigen «Bildungs- und Lehrplans Volksschule» erarbeitet wurde, sind andere Handlungsaspekte des neuen Lehrplans Volksschule unterrepräsentiert. Vor allem beim Erforschen und Argumentieren und Darstellen besteht Handlungsbedarf. Hier sollten bestehende Aufgaben erweitert und geeignete Aufgabenstellungen ergänzt werden. Diese Handreichung bietet jeweils exemplarische Beispiele dazu an.

Teilweise werden im Lehrmittel logisch einzelne Elemente des Grundanspruchs nicht genügend aufbereitet. Dazu werden im «update logisch 5/6» zweckmässige Ergänzungen vorgenommen.

2.1 **Hinweis zum Operieren und Benennen**

Eigenen Rechenwegen wird im neuen «Lehrplan Volksschule» viel Bedeutung beigemessen. Im Lehrmittel logisch wird oft ein Rechenweg favorisiert und vorgegeben. Bevor ein Weg vorgestellt wird, sollten die Schülerinnen und Schüler aber immer die Gelegenheit haben, eigene Lösungswege zu suchen.

2.2 **Hinweise zum Erforschen und Argumentieren**

Viele Aufgaben im Lehrmittel logisch sind auf eine formalisierte Vermittlung der Inhalte ausgerichtet. Beim Erforschen und Argumentieren sind andere Aufgabenstellungen gefragt, bei denen es etwas zu erforschen gibt. Offene Aufgaben, bei denen Schülerinnen und Schüler selber ausprobieren können, Zusammenhänge erkunden, eigene Lösungswege suchen, müssen im Unterricht ergänzt werden, um diesem Handlungsaspekt des Lehrplans gerecht zu werden.

2.3 Hinweise zum Darstellen und Mathematisieren

Die Arbeitshefte des Lehrmittels logisch halten viele Aufgaben bereit, in denen Schülerinnen und Schüler Lücken ausfüllen. Dadurch wird den Schülerinnen und Schülern das Darstellen ein Stück weit abgenommen; dies schränkt gleichzeitig auch die Möglichkeit der Erarbeitung eigener Darstellungen ein. Daher wird empfohlen, dass Schülerinnen und Schüler sooft als möglich die Bearbeitung von Aufgaben handschriftlich darstellen und dabei eigene, unter Umständen auch verbesserungswürdige Darstellungen wählen können, anstelle der vorstrukturierten Bearbeitung im Arbeitsheft. Auch das Darstellen eigener Lösungswege und das Beschreiben von Entdeckungen wird im neuen «Lehrplan Volksschule» verlangt.

Aber auch bei der Bearbeitung der Sachaufgaben sollen vermehrt Freihandskizzen der Schülerinnen und Schüler im Unterricht genutzt werden.

Teil II: Hinweise zur Arbeit mit dem Lehrmittel logisch in den Klassen 1 und 2

Um dem neuen Lehrplan im Fach Mathematik gerecht zu werden, besteht vor allem in den Bereichen der Handlungsaspekte Erforschen und Argumentieren sowie Darstellen die Notwendigkeit, bestehende Aufgaben aus dem Lehrmittel logisch zu erweitern und um weitere geeignete Aufgaben zu ergänzen. In den ersten beiden Schuljahren ist dies vor allem im Kompetenzbereich Zahl und Variable bedeutsam. Aus diesem Grund konzentriert sich die vorliegende Handreichung zur Arbeit mit dem Lehrmittel logisch im Mathematikunterricht der Klassen 1 und 2 nach dem neuen Lehrplan auf diesen Bereich.

1. **Allgemeine Hinweise: Integrierte Förderung von inhaltsbezogenen Fertigkeiten und Kompetenzen aus den Aspekten Erforschen, Darstellen, Argumentieren**

Im Kompetenzbereich Zahl und Variable stehen beim Erforschen, Argumentieren und Darstellen in den Klassen 1 und 2 folgende Aspekte im Vordergrund:

Die Schülerinnen und Schüler sollen Additions- und Subtraktionsaufgaben systematisch variieren und Auswirkungen beschreiben lernen, Zusammenhänge und Beziehungen zwischen Aufgaben und Rechenoperationen untersuchen, nutzen und beschreiben sowie Rechnungen und Rechenwege darstellen können.

Dem wird im Lehrmittel logisch bisher nur teilweise Rechnung getragen. Allerdings bieten einige Aufgaben Möglichkeiten der Erweiterung, so dass die Schülerinnen und Schüler neben grundlegenden inhaltsbezogenen Fertigkeiten aus dem Handlungsaspekt Operieren und Benennen auch Kompetenzen zum Erforschen, Argumentieren und Darstellen erwerben können. Dazu werden in dieser Handreichung Anregungen gegeben. Als exemplarisches Beispiel, wie eine integrierte Förderung von Kompetenzen aus verschiedenen Handlungsaspekten erreicht werden kann, wird in diesem Kapitel zunächst ausführlicher ein sogenanntes «reichhaltiges» Aufgabenformat vorgestellt und dabei auch auf das Übungsverständnis im neuen Lehrplan eingegangen.

1.1 Ein Beispiel für ein «reichhaltiges» Aufgabenformat: Rechenquadrate mit Ohren

Mit reichhaltigen Aufgabenformaten sollen die Schülerinnen und Schüler nicht nur grundlegende Fertigkeiten wie das Rechnen, sondern auch Kompetenzen aus den Bereichen Erforschen, Darstellen und Argumentieren erwerben. Dahinter verbirgt sich ein Übungskonzept, wie es auch im neuen Lehrplan gefordert wird:

«Produktives Üben orientiert sich an mathematischen Strukturen. In solchen Lernanlässen berechnen Schülerinnen und Schüler einzelne Operationen und gelangen zu einer verbesserten Geläufigkeit. Die zugrunde liegenden Strukturen können erforscht, dargestellt, weitergeführt, verändert und begründet werden.» [...]

«Reichhaltige Aufgaben orientieren sich an mathematischen oder sachlichen Strukturen, die entdeckt bzw. genutzt werden können. Sie sind offen in Bezug auf Lösungswege, Lösungen, Strategien, Darstellungen, Hilfsmittel und Zahlenräume. Durch diese Offenheit sind sie für alle Schülerinnen und Schüler zugänglich und können auf verschiedenen Niveaus bearbeitet werden.»

D-EDK (2014). Lehrplan 21, Teil Mathematik. S. 4.

Kurz gesagt: Neben dem immer noch wichtigen Trainieren und Automatisieren der Rechenfertigkeiten sollen die Schülerinnen und Schüler beim Üben auch die Gelegenheit haben, Muster und Zusammenhänge zu entdecken, zu erforschen, zu beschreiben und zu begründen. Dies kann wiederum das inhaltliche Verständnis erweitern – und darüber auch die Rechenfertigkeiten stärken. Üben im so verstandenen Sinne ist mehr als ein Trainieren und Automatisieren von Rechenfertigkeiten – ohne dass damit das Trainieren vernachlässigt wird!

Im Lehrplan ist von «reichhaltigen Aufgaben» die Rede.
Was ist darunter genau zu verstehen?

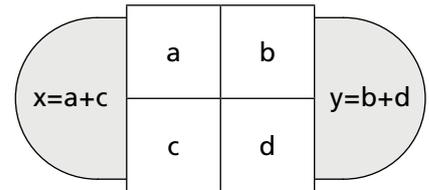
- Sie enthalten einen hohen Anteil von gleichartigen Aufgaben, die einen Übungseffekt gewährleisten.
- Sie basieren auf mathematisch reichhaltigen Kontexten, die es erlauben, Lernziele zum Erforschen, Argumentieren und Darstellen zu verfolgen.
- Sie bieten unterschiedliche Problemstellungen mit verschiedenem Schwierigkeitsgrad, die im Idealfall – auf dem jeweiligen Niveau – vom ersten Schuljahr bis in die Lehrpersonenausbildung eingesetzt werden können.
- Sie sind innerhalb eines bestimmten Problemkontextes offen genug, um Bearbeitungen einzelner Schüler auf unterschiedlichen Niveaus im Sinne der natürlichen Differenzierung zu ermöglichen.

nach Selter, Ch. (1997): Entdecken und Üben mit Rechendreiecken. In: Jahresheft des Friedrich Verlages, S. 88–90.

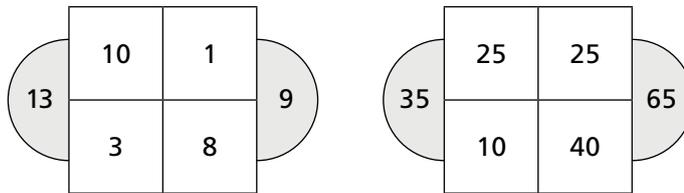
Ein Beispiel für ein reichhaltiges Aufgabenformat sind die **Rechenquadrate mit Ohren***:

Es gelten folgende Regeln:

- Der Zusammenhang zwischen den Basiszahlen (innere Zahlen): Die Summen der Basiszahlen jeder Zeile müssen identisch sein: $a + b = c + d$
- Der Zusammenhang zwischen den Basiszahlen und den äußeren Zahlen: Die Summe der Basiszahlen einer Spalte wird als Ergebnis in das anliegende äußere Zahlenfeld eingetragen:
 $x = a + c$ und $y = b + d$



Beispiele:



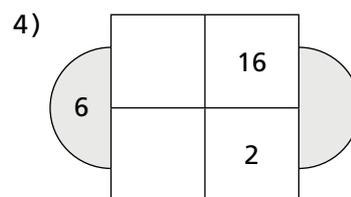
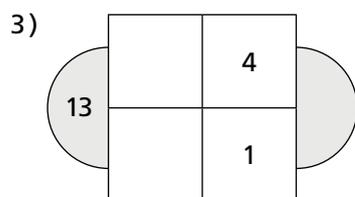
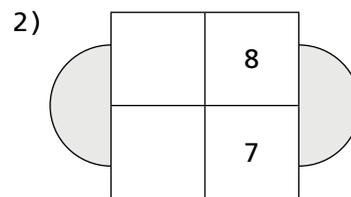
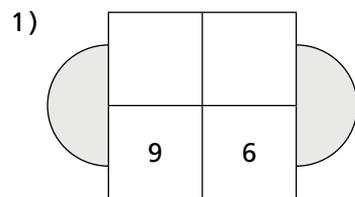
Damit lassen sich verschiedene Gegeben-Gesucht-Aufgaben und offenere Forscheraufträge formulieren. Es empfiehlt sich, als Lehrperson zunächst einmal selbst auf «Entdeckungsreise» zu gehen, um ein Gefühl für die Möglichkeiten derartiger Aufgabenformate zu bekommen. Im folgenden Kasten haben Sie dazu Gelegenheit.

*Huhmann, T. (2008): Rechenquadrate mit Ohren – Ein substanzielles Übungsformat für den Mathematikunterricht ab der ersten Jahrgangsstufe. In: Grundschriftmagazin, H. 4, S. 19–25. Mit Verwendung von Materialien des Projekts PIK AS.

Beispiele für verschiedene Gegeben-Gesucht-Aufgaben:

Trage Zahlen ein, so dass es Rechenquadrate sind.

Manchmal findest du genau eine Lösung, manchmal auch mehrere Lösungen und manchmal gibt es vielleicht gar keine Lösung.



Für Lehrpersonen:

Wie viele Lösungen finden Sie jeweils? Genau eine, mehrere, unendlich viele oder gar keine? Wenn Sie mehrere Lösungen finden: Was fällt Ihnen auf, wenn Sie Ihre Lösungen betrachten? Gibt es Gemeinsamkeiten? Sind Sie sicher, dass Sie alle Möglichkeiten haben? Wenn Sie keine Lösungen finden: Sind Sie sicher, dass es keine gibt?

Beispiele für offenere Forschungsaufträge:

- Wie kannst du aus vier aufeinander folgenden Zahlen, die als Basis-Zahlen verwendet werden sollen, ein Rechenquadrat erstellen? Gilt dies auch für vier aufeinander folgende gerade/ungerade Zahlen?
- Bei welchen Rechenquadraten sind die beiden äußeren Zahlen gleich?

1.2 Erfahrungen und Beispiele zu den Rechenquadraten im Unterricht aus dem Kanton St.Gallen

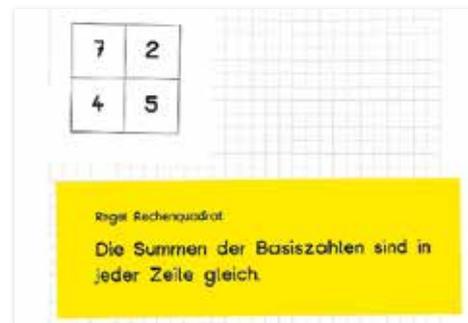
Da das Übungsformat «Rechenquadrate mit Ohren» eine Vielzahl unterschiedlich komplexer Aufgabenstellungen ermöglicht und jede Aufgabenstellung auch auf unterschiedlichem Niveau bearbeitet werden kann, lässt es sich in jeder Klassenstufe einsetzen – auch schon in der ersten Klasse. Zur Illustration werden in der folgenden Tabelle Beispiele zum Einsatz von Rechenquadraten in einer ersten Klasse einer St.Galler Primarschule dargestellt, die im Rahmen der Vorbereitung von Fortbildungen zur Einführung des neuen Lehrplans entstanden sind.



Die dazugehörigen Unterrichtsmaterialien stammen aus dem Projekt PIK AS (<http://pikas.dzlm.de>) und sind als Download frei im Netz verfügbar unter <http://pikas.dzlm.de/node/713>

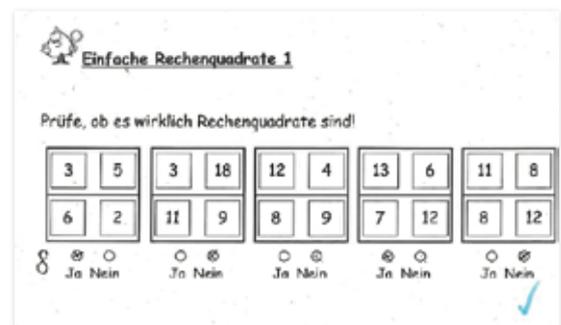
Als vereinfachter Einstieg wurden zunächst Rechenquadrate ohne Ohren behandelt.

Das Übungsformat und die Regel wurde den Kindern vorgestellt.



Erster Arbeitsauftrag: Untersuche, ob die vorgegebenen Quadrate «Rechenquadrate» sind, d.h. ob die Zeilensummen gleich sind.

Die Kinder üben dabei das Addieren im Zwanzigerraum.



Zweiter Arbeitsauftrag: Die Schülerinnen und Schüler sollen Quadrate, in denen ein Feld frei ist, so ausfüllen, dass Rechenquadrate entstehen. Dazu müssen die Kinder durch Ergänzen oder durch Subtraktion herausfinden, welche Zahl passt.

Hier wird es schon spannend, es geht über das «reine» Üben der Addition und Subtraktion hinaus: Im letzten Quadrat gibt es keine natürliche Zahl, die dafür sorgen kann, dass ein Rechenquadrat entsteht. Aber mit «-1» passt es wieder: Bei $12-1$ kommt dasselbe heraus wie bei $7+4$. Ausserdem gibt es ein Muster, das die Kinder beschreiben können. Neben der Abfolge der Zahlen, die man einsetzen muss, beschreibt das Kind die Struktur dieser Aufgabenstellung: Immer ein Feld ist frei, das ausgefüllt werden muss.

Einfache Rechenquadrate 2

Mache Rechenquadrate!

9	4	9	4	9	3	8	3	7	4
10	3	11	2	11	1	11	0	12	-1

Was fällt dir auf? Beschreibe, was du beobachtest!

also es ist immer ein freies

frei und es sind 3/2/1/0/-1 die Zahlen rückwärts.

«also es ist immer ein Feld frei und es sind 3/2/1/0/-1 die Zahlen rückwärts.»

Auf diesem Arbeitsblatt erhalten die Kinder verschiedene Gegeben-Gesucht-Situationen, die sich danach unterscheiden, wie viele verschiedene Lösungen möglich sind.

Für das «unlösbare» zweite Quadrat findet das Kind wieder die Lösung «-1». Bei den Quadraten 3 bis 5, bei denen es mehrere bzw. sogar unendlich viele mögliche Lösungen gibt, findet das Kind zunächst eine passende Lösung.

Die Lehrperson regt es daraufhin an, nach weiteren Lösungen zum mittleren Quadrat zu suchen. Sie erarbeitet mit dem Kind gemeinsam, ausgehend von der ersten von ihm selbst gefundenen Lösung, einen Ansatz für eine systematische Vorgehensweise, die es dann eigenständig und konsequent weiterverfolgt.

Einfache Rechenquadrate 3

Wie viele Lösungen kannst du für jedes Rechenquadrat finden? Begründe!

9	5	4	4	12	7	19	13	8	12
10	4	-1	9	7	6	13	19	8	12

①

11	2	10	3	9	4	8	5	7	6
7	6	7	6	7	6	7	6	7	6

②

6	7	5	8	4	9	3	10	2	11
7	6	7	6	7	6	7	6	7	6

③

1	12	0	13
7	6	7	6

④

19	1	19	4	19	-4
13	7	13	10	13	2

Ein erster Forscherauftrag für die Kinder: Sie sollen herausfinden, ob vier gegebene Zahlen so angeordnet werden können, dass ein Rechenquadrat entsteht.

Das Kind findet passende Lösungen. Es begründet die eine Lösung damit, dass in der von ihm gefundenen Anordnung in der oberen und unteren Reihe dieselbe Summe herauskommt.

Einfache Rechenquadrate - Forscherauftrag 1

Erstelle aus den vier aufeinander folgenden Zahlen 2,3,4,5 ein Rechenquadrat. Geht das auch mit 7,8,9,10? Warum?

es geht mit 7,8,9,10 weil

7	8	9	10
8	9	10	7

die obere und untere reihe 17 gibt.

«es geht mit 7, 8, 9, 10 weil die obere und untere reihe 17 gibt.»

2. Hinweise zur Anreicherung von Aufgaben im Lehrmittel logisch 1 und 2

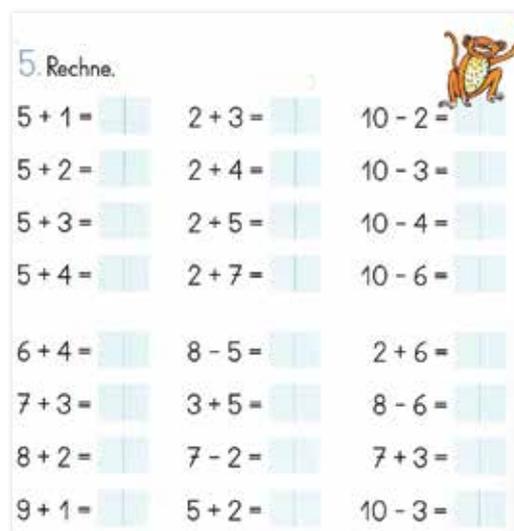
Im Lehrmittel logisch lassen sich Aufgaben finden, die sich im obigen Sinne «anreichern» lassen und – nach dem Vorbild der im vorangegangenen Kapitel vorgestellten Rechenquadrate – auch Gelegenheiten zur Förderung von Kompetenzen aus den Bereichen Erforschen, Argumentieren und Darstellen bieten. Die folgenden Anregungen sind nicht unbedingt an den Zeitpunkt im Schuljahr gebunden, der durch die Abfolge der Themen, Seiten und Aufgaben im Lehrmittel vorgegeben wird.

2.1 Entdeckerpäckchen

- logisch 1, Heft 1, S. 46, Aufgabe 5
- logisch 2, Heft 1, S. 54, Aufgabe 8
- z. T.: logisch 2, Heft 1, S. 71, Aufgabe 10
- logisch 2, Heft 2, S. 143, Aufgabe 9

Ein einfaches Beispiel sind die sogenannten «Entdeckerpäckchen»: Die einzelnen Aufgaben in diesen Rechenpäckchen stehen nicht willkürlich und unverbunden untereinander, sondern stehen in einem Zusammenhang. Entdeckerpäckchen sind heute fester Bestandteil in jedem Lehrmittel zum Mathematikunterricht und auch im Lehrmittel logisch 1 findet sich auf Seite 46 ein Beispiel (rechts).

5. Rechne.



$5 + 1 =$	$2 + 3 =$	$10 - 2 =$
$5 + 2 =$	$2 + 4 =$	$10 - 3 =$
$5 + 3 =$	$2 + 5 =$	$10 - 4 =$
$5 + 4 =$	$2 + 7 =$	$10 - 6 =$
$6 + 4 =$	$8 - 5 =$	$2 + 6 =$
$7 + 3 =$	$3 + 5 =$	$8 - 6 =$
$8 + 2 =$	$7 - 2 =$	$7 + 3 =$
$9 + 1 =$	$5 + 2 =$	$10 - 3 =$

Wesentlich ist, dass derartige Entdeckerpäckchen nicht nur zum Üben des Rechnens genutzt werden, etwa wenn Schülerinnen und Schüler die Aufgaben ausrechnen und die Lehrperson dann kontrolliert, ob richtig gerechnet wurde. Natürlich ist dies eine wichtige Zielsetzung von Entdeckerpäckchen. Um aber auch Kompetenzen aus den Handlungsspekten Erforschen, Darstellen und Argumentieren anzusprechen, sind weiterführende Aufgabenstellungen notwendig:

- «Wie geht es weiter?» – Die Schülerinnen und Schüler auffordern, gegebene Päckchen fortzusetzen: Die Kinder sind dadurch aufgefordert, bewusst auf die Suche nach Mustern und Zusammenhängen in den Päckchen zu gehen und auf Beziehungen zwischen Zahlen und Aufgaben zu achten. Bei Zusammenhängen, die nicht linear sind, kann die Fragestellung zu «Welche Aufgaben passen dazu?» abgeändert werden.
- «Was fällt dir auf?» – Die Schülerinnen und Schüler auffordern, Muster zu beschreiben: Durch das mündliche oder schriftliche Beschreiben der Muster werden die Muster und Zusammenhänge weiter bewusst gemacht und können zum Gegenstand der Auseinandersetzung gemacht werden. Zudem entwickeln die Kinder nach und nach fachsprachliche Kompetenzen.
- «Warum ist das so?» – Mit den Schülerinnen und Schülern Erklärungen und Begründungen für Zusammenhänge suchen: Warum bleibt bei manchen Entdeckerpäckchen das Ergebnis gleich, obwohl sich die Zahlen vor dem Gleichheitszeichen verändern? Mit Anschauungsmaterialien (z. B. Wendepäckchen, siehe unten) können Zusammenhänge sichtbar und so verstehbar gemacht werden.
- «Finde selbst weitere Entdeckerpäckchen!» – Die Schülerinnen und Schüler auffordern, selbst Entdeckerpäckchen zu kreieren: Durch diese offene Aufgabenstellung sind die Kinder angehalten, sich selbst Muster auszudenken.



Als Hilfsmittel beim Entdecken, Beschreiben und Begründen der Muster und Zusammenhänge in den Entdeckerpäckchen können den Kindern sogenannte «Forschermittel» angeboten werden (Materialien aus dem Projekt PIK AS, vgl. <http://pikas.dzlm.de/node/554>)

Markiere mit Farben.

$$\begin{array}{l} 6 + 1 = 7 \\ 5 + 2 = 7 \\ 4 + 3 = 7 \end{array}$$

Markiere mit Pfeilen.

$$\begin{array}{l} 6 + 1 = 7 \\ -1 \swarrow \quad \downarrow +1 \quad \searrow ? \\ 5 + 2 = 7 \\ -1 \swarrow \quad \downarrow +1 \quad \searrow ? \\ 4 + 3 = 7 \end{array}$$

Du kannst Plättchen nutzen, um zu erklären, was dir auffällt.

$$\begin{array}{l} 6 + 1 = 7 \quad \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \\ 5 + 2 = 7 \quad \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \\ 4 + 3 = 7 \quad \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \end{array}$$

«Forschermittel» sind nonverbale Darstellungsmittel, die

- den Blick der Schülerinnen und Schüler fokussieren (Erforschen)
- helfen, sich auszudrücken, wo Worte noch fehlen (Darstellen)
- eine «Brücke» zum verbalen Beschreiben bilden
- Zusammenhänge sichtbar und verstehbar machen (Argumentieren).

Beispiele zu nonverbalen Darstellungsmitteln aus dem Unterricht:

a. Rechne aus.

$$\begin{array}{l} 3 + 2 = 5 \\ 6 + 3 = 9 \\ 9 + 4 = 13 \\ 12 + 5 = 17 \end{array}$$

b. Was fällt dir auf?
Markiere mit unterschiedlichen Farben.

c. Schreibe zu jeder Farbe einen Satz.

Hier ist es immer + drei.
Hier ist es immer + eins.
Hier ist es immer + vier.

a. Rechne aus.

$$\begin{array}{l} 80 + 11 = 91 \\ 50 + 21 = 71 \\ 40 + 31 = 71 \\ 30 + 41 = 71 \end{array}$$

b. Was fällt dir auf?
Markiere mit unterschiedlichen Farben.

c. Schreibe zu jeder Farbe einen Satz.

die Zahlen sind immer
immer bei Sie werden es
immer es 71 - Sie werden
immer Plus 10.

a. Rechne aus.

$$\begin{array}{l} 60 + 11 = 71 \\ 50 + 21 = 71 \\ 40 + 31 = 71 \\ 30 + 41 = 71 \end{array}$$

b. Was fällt dir auf?
Markiere mit unterschiedlichen Farben.

c. Schreibe zu jeder Farbe einen Satz.

bei grün sind es immer
10 weniger
bei rot sind es immer
10 mehr
bei lila ist es immer
gleich



Tipp: Im Rahmen des Projekts PIK AS wurden zahlreiche Unterrichtsmaterialien zu Entdeckerpäckchen in der ersten Klasse erarbeitet, die unter der folgenden Adresse frei im Netz verfügbar sind: <http://pikas.dzlm.de/node/554>

2.2 Zahlzerlegungen

- logisch 1, Heft 1, S. 9, Aufgabe 3
- logisch 1, Heft 1, S. 16, Aufgabe 1 sowie S. 17, Aufgabe 2 und S. 18, Aufgabe 3
- auch: logisch 1, Heft 1, S. 55, Aufgabe 2 (z. T. sind verschiedene Zahlzerlegungen möglich, um beispielsweise die Zahl auf der anderen Seite der Waage «auszugleichen»)
- logisch 1, Heft 1, S. 58, Aufgabe 5
- logisch 2, Heft 1, S. 8, Aufgabe 2
- logisch 2, Heft 1, S. 24/25, Aufgaben 3 und 4
- logisch 2, Heft 1, S. 29/30, Aufgabe 9

Sowohl in der ersten Klasse als auch in der zweiten Klasse finden sich im Lehrmittel logisch viele Übungen zur Zerlegung von Zahlen. Über das Finden einzelner Zerlegungen hinaus lassen sich mit folgenden Fragestellungen und Aktivitäten Kompetenzen aus den Aspekten Erforschen, Darstellen und Argumentieren ansprechen:

- Verschiedene Zerlegungsmöglichkeiten suchen und notieren
- Gefundene Möglichkeiten ordnen
- Ggf. Muster und Zusammenhänge zwischen den Zerlegungsmöglichkeiten beschreiben
- Alle Zerlegungsmöglichkeiten zu einer gegebenen Aufgabenstellung finden
- Ggf. Zerlegungsmöglichkeiten mit Anschauungsmaterialien enaktiv oder ikonisch darstellen
- Begründen/Erklären: Haben wir alle Möglichkeiten gefunden?

Konkretes Beispiel:

- S. 18 aus dem Lehrmittel logisch 1, Heft 1:



Variation und Erweiterung:

- Findet verschiedene Zerlegungen der 10.
- Legen mit Legeplättchen und Festhalten auf vorbereiteten Streifen nach dem Vorbild des Schulbuches:

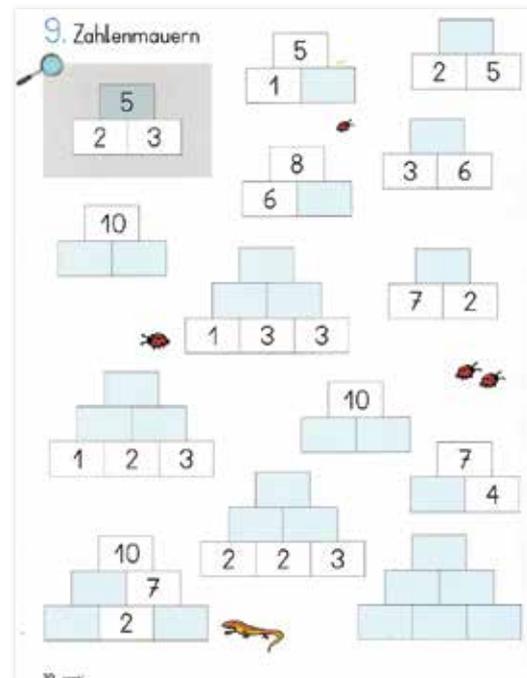


- Ordnet eure Lösungen.
- Ggf.: Fällt euch etwas auf?
- Seid ihr sicher, dass ihr alle Möglichkeiten gefunden habt? Warum?
- Sucht euch eine andere Zahl aus und findet dazu alle Zerlegungen.
- Danach: Stellt vor/Erklärt, wie ihr vorgegangen seid.

2.3 Zahlenmauern

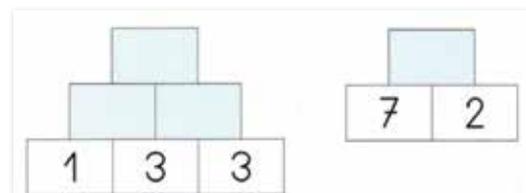
- logisch 1, Heft 1, S. 50, Aufgabe 9
- logisch 1, Heft 2, S. 125 und 126, Aufgabe 3
- logisch 2, Heft 2, S. 146, Aufgabe 3 (im Rahmen der Lernkontrolle)

Ein bekanntes und weit verbreitetes reichhaltiges Aufgabenformat sind Zahlenmauern. Schon die erste Lehrmittelseite, auf der im Lehrmittel logisch Zahlenmauern vorkommen (rechts), spannt verschiedenste Möglichkeiten für erweiterte Aufgabenstellungen auf, so dass Schülerinnen und Schüler – neben dem Üben von Additions-, Subtraktions- und Ergänzungsaufgaben – Kompetenzen aus den Aspekten Erforschen, Darstellen und Argumentieren erwerben können.

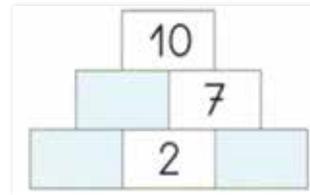


Konkret:

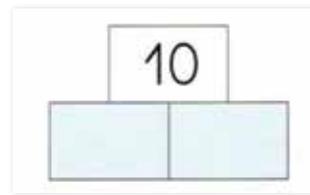
Hier beschränkt sich die Funktion von Zahlenmauern auf das Üben der Addition sowie das Kennenlernen und Sichern der Regel, wie in Zahlenmauern Zahlen verknüpft werden. Derartige Aufgaben sind gerade zu Beginn wichtig, um das Aufgabenverständnis zu sichern.



Wenn nicht nur die Zahlen in der untersten Reihe vorgegeben sind, müssen die Schülerinnen und Schüler auch subtrahieren oder ergänzen. Schon hier ergeben sich erweiterte Möglichkeiten über das Rechnen-Üben hinaus, indem die Lehrperson gemeinsam mit den Kindern Vorgehensweisen zur Lösung solcher Aufgaben bewusst macht: Wie seid ihr vorgegangen? Welche Zahl kann man zuerst ausrechnen? Wie geht es dann weiter? Gibt es auch andere Möglichkeiten?



Wenn nur die oberste Zahl vorgegeben wird, ist es eine spannende und herausfordernde Fragestellung, verschiedene oder sogar alle Möglichkeiten zu finden. In einer zweistöckigen Mauer sind das genau die Zerlegungen der Zielzahl im Stein ganz oben (vgl. die Anmerkungen oben zu Zahlzerlegungen). Noch interessanter wird es, wenn man dreistöckige Mauern untersucht, wenn ganz oben als Zielstein 10 oder eine andere Zahl vorgegeben wird. Mögliche Aktivitäten:

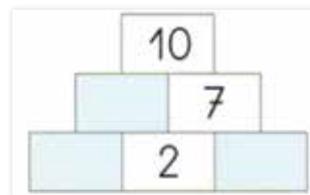
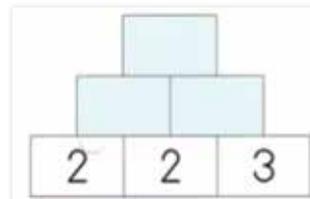
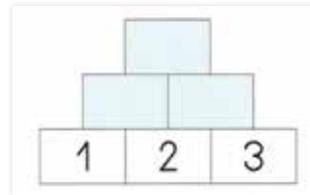


- Suchen verschiedener Möglichkeiten
- Gefundene Möglichkeiten ordnen: Fallen Gemeinsamkeiten/Unterschiede/Muster auf?
- Finden wir alle Möglichkeiten? Können wir begründen/erklären, alle Möglichkeiten gefunden zu haben?

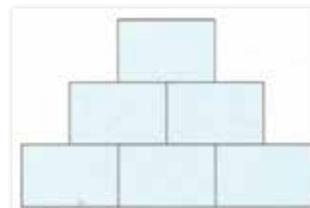
Hier ist es nicht immer direkt sichtbar, aber nach dem Ausrechnen der Mauern erkennt man Zusammenhänge zwischen diesen drei Mauern. Probieren Sie es aus!

Wie bei den Entdeckerpäckchen können also Serien von Zahlenmauern erstellt werden, in denen Muster und Zusammenhänge enthalten sind. Mögliche Aktivitäten:

- Ggf.: Wie geht die Reihe weiter? Welche Mauer kommt als nächstes?
- Was fällt dir auf? Schau dir die Zahlen in der unteren Reihe und die Zahlen ganz oben im Deckstein genau an.
- Im Lehrerkommentar zu logisch 1 wird auch der Hinweis auf weiterführende Untersuchungen gegeben: Wie ändert sich der Zielstein, wenn ein Aussenstein in der unteren Reihe um 1 vergrößert wird? Was ändert sich, wenn der Mittelstein um 1 erhöht wird?



Die Kinder können frei und kreativ selbst Zahlenmauern erfinden.



2.4 Zahlenfolgen

→ logisch 1, Heft 1, S. 69, Aufgaben 7 und 8

Diese Aufgabe eignet sich gut zur Förderung von Kompetenzen zum Handlungsaspekt Erforschen und Argumentieren: Die Schülerinnen und Schüler müssen die Muster und Beziehungen zwischen den Zahlen in den Folgen analysieren, um die fehlenden Folgenglieder ermitteln zu können. Sie stellen Vermutungen an, wie die Folgen gebildet werden, und können diese überprüfen, wenn sie die Ketten bis zur nächsten vorgegebenen Zahl fortsetzen.

Durch folgende Aktivitäten kann die Förderung von Kompetenzen aus den Aspekten Erforschen, Darstellen und Argumentieren noch weiter fokussiert werden:

- Bildungsregel in Kurzform notieren (z. B. «immer plus 2»)
- Zu einer Bildungsregel (z. B. «immer minus 3») verschiedene passende Zahlenfolgen finden
- Selbst Zahlenfolgen erfinden und daraus Aufgaben für Mitschülerinnen und -schüler erstellen (-> die anderen Kinder müssen die Regel herausfinden und die Folge fortsetzen)

7. Zahlenfolgen

2	4	6				
	12	10	8			
3		9		15		
20	17				5	
				13		17 19
		8	12			

8. Schwierige Zahlenfolgen

1			7			
20		12		4		
			20	25		
20	19	17	14			
					90	95 100

Das Aufgabenformat «Zahlenfolgen» mit den genannten Erweiterungen lässt sich auch gut auf das zweite Schuljahr übertragen.

2.5 Zahlen bilden mit Ziffernkärtchen und Plättchen in der Stellenwerttafel

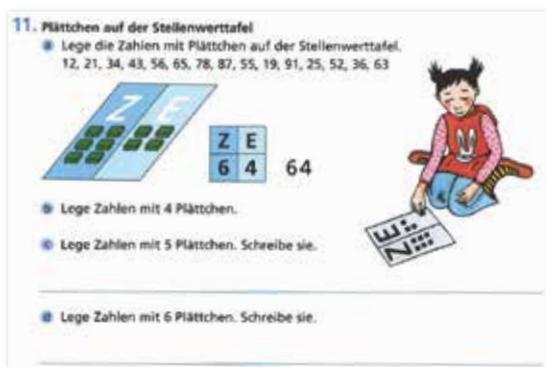
- logisch 2, Heft 1, S. 19, Aufgabe 8
- logisch 2, Heft 1, S. 20, Aufgabe 11 b–d
- logisch 2, Heft 1, S. 22, Aufgabe 4 (im Rahmen der Lernkontrolle)

Analog zu den Anregungen zu Zahlzerlegungsaufgaben in Kapitel 2.2 lassen sich zu diesen Aufgaben relativ einfach Erweiterungen vornehmen, die auch Kompetenzen aus den Aspekten Erforschen, Argumentieren und Darstellen fördern:

- Verschiedene Möglichkeiten suchen und darstellen
- Ggf.: Mehr oder weniger systematisch beim Finden weiterer Möglichkeiten vorgehen
- Gefundene Möglichkeiten ordnen
- Ggf. Muster und Zusammenhänge zwischen den Möglichkeiten beschreiben
- Alle Möglichkeiten zu einer gegebenen Aufgabenstellung finden
- Begründen/Erklären: Haben wir alle Möglichkeiten gefunden?

Beispiel: Alle Möglichkeiten zu Aufgabe 11c. (Zahlen mit 5 Plättchen) finden und ordnen.

- Aufgabe im Lehrmittel
(logisch 2, Heft 1, S. 20):



Es ergeben sich für 5 Plättchen folgende Möglichkeiten:

Z	E	
	●●●●●	5
●	●●●●●	14
●●	●●●●●	23
●●●	●●●●●	32
●●●●	●●●●●	41
●●●●●	●●●●●	50

2.6 Spiegelzahlen / Umkehrzahlen

→ logisch 2, Heft 2, S. 143, Aufgabe 8

8. Magische Mathematik

- Wähle zwei verschiedene Ziffern aus.
- Bilde aus diesen Ziffern die beiden zweistelligen Zahlen.
- Subtrahiere die kleinere von der grösseren.
- Vertausche die Ziffern im Resultat.
- Addiere diese beiden Zahlen.

Führt diese Schritte mit mehreren Beispielen durch.
Besprecht eure Erfahrungen.

6, 9
69 und 96
 $96 - 69 = 27$
 $27 \rightarrow 72$
 $72 + 27 = 99$

Diese Aufgabenstellung, auch bekannt als «Spiegel»- oder «Umkehrzahlen», eignet sich hervorragend, um neben dem Üben der Subtraktion mit Zehnerübergang Kompetenzen in den Handlungsaspekten Erforschen, Darstellen und Argumentieren zu fördern. Sie ist im Lehrmittel logisch mit dem Zeichen für «erhöhte Anforderung» gekennzeichnet, bietet aber allen Schülerinnen und Schülern die Möglichkeit, am Erforschen der zugrunde liegenden Muster teilzunehmen (sofern die notwendigen Rechenfertigkeiten in hinreichender Sicherheit beherrscht werden).

Schon nach der ersten Operation (Subtraktion der kleineren von der grösseren Zahl) ergeben sich interessante Muster, für deren Entdeckung und Darstellung es lohnt, Zeit zu investieren. So könnten zunächst Kinder in Gruppenarbeit viele Beispiele sammeln und schon selbst auf die Suche nach Entdeckungen gehen. Dabei werden die ersten Kinder feststellen, dass nur bestimmte Ergebnisse vorkommen können. Beim Zusammentragen und Ordnen aller Möglichkeiten an der Tafel werden mögliche Entdeckungen für alle Kinder augenfällig:

- Als Ergebnis kommen immer Zahlen der Neunerreihe vor.
- Der Unterschied zwischen den beiden Ziffern hängt mit dem Ergebnis zusammen: Ist der Unterschied 1, kommt als Ergebnis 9 heraus ($1 \cdot 9$), ist der Unterschied 2, kommt als Ergebnis 18 heraus ($2 \cdot 9$) usw.

Ergebnis 9	Ergebnis 18	Ergebnis 27	Ergebnis 36	Ergebnis 45	Ergebnis 54	Ergebnis 63	Ergebnis 72
21–12	31–13	41–14	51–15	61–16	71–17	81–18	91–19
32–23	42–24	52–25	62–26	72–27	82–28	92–29	
43–34	53–35	63–36	73–37	83–38	93–39		
54–45	64–46	74–47	84–48	94–49			
65–56	75–57	85–58	95–59				
76–67	86–68	96–69					
87–78	97–79						
98–89							

Tipp: Im Rahmen des Projekts PIK AS wurden Unterrichtsmaterialien zu Umkehrzahlen erarbeitet, die unter der folgenden Adresse frei im Netz verfügbar sind:

<http://pikas.dzlm.de/material-pik/herausfordernde-lernangebote/haus-7-unterrichts-material/umkehrzahlen/umkehrzahlen.html>



Auf dieser Seite finden Sie auch zahlreiche weitere Informationen zu Umkehrzahlen.

Impressum
logisch ^{1/2} update

Autoren: Gerda Buhl, PHSG – Michael Link, PHSG | Konzept & Gestaltung: Die Gestalter AG, St.Gallen
Copyright: © Lehrmittelverlag St.Gallen, Rorschach | Ausgabe 2017 | ISBN 978-3-905973-64-8

Dieses Werk und alle seine Teile sind urheberrechtlich geschützt.
Die Reproduktion jeder Art sowie die Verwendung zu kommerziellen Zwecken sind ohne entsprechende Autorisation des Verlags nicht erlaubt und werden rechtlich verfolgt.



gedruckt in der
schweiz

 LEHRMITTEL
VERLAG
ST.GALLEN



Artikel Nr. 1121

ISBN 978-3-905973-64-8

